Два фермерских хозяйства поставляют ежедневно молоко для снабжения четырех населенных пунктов. Объемы поставок (ц), потребности населенных пунктов (ц) и затраты на перевозку 1 ц (у.е./ц) молока от фермерских хозяйств до населенных пунктов даны в таблице. Определить оптимальный план поставок молоко, который обеспечит минимальные суммарные издержки на транспортировку.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 80 | 75 | 135 | 20 |
| 150 | 7  *x*11 | 6  *x*12 | 5  *x*13 | 3  *x*14 |
| 140 | 6  *x*21 | 5  *x*22 | 2  *x*23 | 3  *x*24 |

Решение.

Проверяем задачу на сбалансированность.

Число запасов на складах 150+140=290

Общая потребность 80+75+135+20=310

Задача не сбалансированная, поэтому введём фиктивного поставщика с запасом 20

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 80 | 75 | 135 | 20 |
| 150 | 7  *x*11 | 6  *x*12 | 5  *x*13 | 3  *x*14 |
| 140 | 6  *x*21 | 5  *x*22 | 2  *x*23 | 3  *x*24 |
| 20 | 0  *X*31 | 0  *X*32 | 0  *X*33 | 0  *X*34 |

Заполняем нашу таблицу , начинаем с элемента х11

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 80 | 75 | 135 | 20 |
| 150 | 7  *x*11 | 6  *x*12 | 5  *x*13 | 3  *x*14 |
| 140 | 6  *x*21 | 5  *x*22 | 2  *x*23 | 3  *x*24 |
| 20 | 0  *X*31 | 0  *X*32 | 0  *X*33 | 0  *X*34 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 80(-80)=0 | 75 | 135 | 20 |
| 150(-80)=70 | 7  **80** | 6  *x*12 | 5  *x*13 | 3  *x*14 |
| 140 | 6  **-** | 5  *x*22 | 2  *x*23 | 3  *x*24 |
| 20 | 0  **-** | 0  *X*32 | 0  *X*33 | 0  *X*34 |

Переходим к клетке х12

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 80(-80) | 75(-70) | 135 | 20 |
| 150(-80-70)=0 | 7  **80** | 6  **70** | 5  **-** | 3  **-** |
| 140 | 6  **-** | 5  *x*22 | 2  *x*23 | 3  *x*24 |
| 20 | 0  **-** | 0  *X*32 | 0  *X*33 | 0  *X*34 |

Переходим к клетке х22

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 80(-80) | 75(-70-5) | 135 | 20 |
| 150(-80-70)=0 | 7  **80** | 6  **70** | 5  **-** | 3  **-** |
| 140(-5)=135 | 6  **-** | 5  **5** | 2  *x*23 | 3  *x*24 |
| 20 | 0  **-** | 0  **-** | 0  *X*33 | 0  *X*34 |

Переходим к клетке х23

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 80(-80) | 75(-70-5) | 135(-135) | 20 |
| 150(-80-70)=70 | 7  **80** | 6  **70** | 5  **-** | 3  **-** |
| 140(-5-135)=0 | 6  **-** | 5  **5** | 2  **135** | 3  **-** |
| 20 | 0  **-** | 0  **-** | 0  **-** | 0  *X*34 |

Переходим к клетке х34

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 80(-80) | 75(-70-5) | 135(-135) | 20(-20) |
| 150(-80-70)=70 | 7  **80** | 6  **70** | 5  **-** | 3  **-** |
| 140(-5-135)=0 | 6  **-** | 5  **5** | 2  **135** | 3  **-** |
| 20(-20)=0 | 0  **-** | 0  **-** | 0  **-** | 0  **20** |

Проверим полученный [опорный план](javascript:%20void%20Tips('baseplan_tz.php');) на [невырожденность](javascript:%20void%20Tips('virozd_tz.php');). Количество заполненных клеток **N** должно удовлетворять условию **N=n+m-1**. В нашем случае N=5, n+m=4+3=7 , план является [вырожденным](javascript:%20void%20Tips('virozd_tz.php');). Прежде чем двигаться дальше выберем одну незаполненную клетку и запишем в нее число ноль, осуществим так называемую нуль-загрузку. Выбирать следует такие клетки, которые не образуют [циклов](javascript:%20void%20Tips('cycle_tz.php');) с другими заполненными клетками

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 80(-80) | 75(-70-5) | 135(-135) | 20(-20) |
| 150(-80-70)=70 | 7  **80** | 6  **70** | 5  **-** | 3  **0** |
| 140(-5-135)=0 | 6  **-** | 5  **5** | 2  **135** | 3  **-** |
| 20(-20)=0 | 0  **-** | 0  **-** | 0  **-** | 0  **20** |

Значение суммарных затрат для начального решения Рнач=1275 . Это сумма произведений базисных клеток на их тарифы.

Находим потенциалы (**Ui и Vj – потенциалы** )

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 80(-80) | 75(-70-5) | 135(-135) | 20(-20) | **Ui** |
| 150(-80-70)=70 | 7  **80** | 6  **70** | 5  **-** | 3  **0** | U1=0 |
| 140(-5-135)=0 | 6  **-** | 5  **5** | 2  **135** | 3  **-** | U2=-1 |
| 20(-20)=0 | 0  **-** | 0  **-** | 0  **-** | 0  **20** | U3=-3 |
| **Vj** | V1=7 | V2=6 | V3=3 | V4=3 |  |

Cij=Ui+Vj

Находим оценки не базисных элементов ∆ij =Ui+Vj – Cij

∆13= 3+0-5=-2 ∆21= 7-1-6=0

∆24= 3-1-3=-1 ∆31=7- 3-0=4

∆32=6-3-0=3 ∆33= 3-3-0=0

Максимальная оценка ∆31=7- 3-0=4 , поэтому проведём переоценку для этой ячейки

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 80(-80) | 75(-70-5) | 135(-135) | 20(-20) | **Ui** |
| 150(-80-70)=70 | 7  **80**  **-Q** | 6  **70** | 5  **-** | 3  **0**  **+Q** | U1=0 |
| 140(-5-135)=0 | 6  **-** | 5  **5** | 2  **135** | 3  **-** | U2=-1 |
| 20(-20)=0 | 0  **-**  **+Q** | 0  **-** | 0  **-** | 0  **20**  **-Q** | U3=-3 |
| **Vj** | V1=7 | V2=6 | V3=3 | V4=3 |  |

Q=min(80;20)=20;

“Q”

Пересчитываем и находим потенциалы

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 80(-80) | 75(-70-5) | 135(-135) | 20(-20) | **Ui** |
| 150(-80-70)=70 | 7  **60** | 6  **70** | 5  **-** | 3  **20** | U1=0 |
| 140(-5-135)=0 | 6  **-** | 5  **5** | 2  **135** | 3  **-** | U2=-1 |
| 20(-20)=0 | 0  **20** | 0  **-** | 0  **-** | 0  **-** | U3=-7 |
| **Vj** | V1=7 | V2=6 | V3=3 | V4=3 |  |

Находим оценки не базисных элементов ∆ij =Ui+Vj – Cij

∆13= 3+0-5=-2 ∆21= 7-1-6=0

∆24= 3-1-3=-1 ∆32=6-7-0=-1

∆33=3-7-0=-4 ∆34= 3-7-0=-4

Положительных оценок нет, поэтому план можно считать оптимальным.

Ропт=1195

Ответ: для обеспечения минимальных суммарных издержек на транспортировку необходимо в первый нас. пункт привезти 60 центнеров молока от первого поставщика, во второй нас. пункт 70 центнеров от первого и 5 центнеров от второго поставщиков, в третий нас. пункт 135 центнеров от второго поставщика и в четвертый нас. пункт 20 центнеров от первого поставщика, при этом все запасы у первого и второго поставщиков будут полностью израсходованы, первому нас. пункту будет не хватать 20 центнеров молока, потребности остальных нас. пунктов будут удовлетворены полностью.